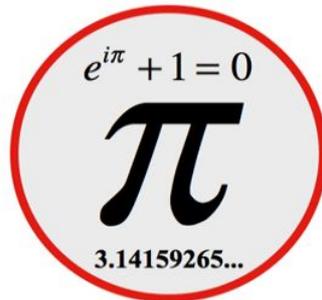


# 数学活动



★内部资料 • 注意保存★

# 求和

2022年11月29日

数学是科学之王.

——高斯.

## 1 一些问题

问题 1.1 计算:  $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5}$

问题 1.2 计算:  $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \cdots + \frac{1}{99 \times 100}$

**问题 1.3** 请问  $\frac{1}{n \times (n+1)}$  与  $\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$  相等吗? 说明理由(每一步的依据)。你能推广它吗?

**问题 1.4** 计算  $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \cdots + \frac{1}{n \times (n+1)}$  ( $n$ 是大于0的自然数)

**问题 1.5** 请你找一个数 $A$ , 满足下面的式子成立(也就是说使得下面的不等式成立)

$$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \cdots + \frac{1}{n \times (n+1)} < A$$

( $n$ 是大于0的自然数)

问题 1.6 请你比较  $\frac{1}{2022 \times 2023}$  和  $\frac{1}{2022 \times 2023}$  的大小。说明你的理由。

问题 1.7 请你比较  $\frac{1}{n(n+1)}$  和  $\frac{1}{n \times n}$  的大小。说明你的理由。

问题 1.8 请你找一个数  $A$ , 满足下面的式子成立(也就是说使得下面的不等式成立)

$$\frac{1}{1 \times 1} + \frac{1}{2 \times 2} + \frac{1}{3 \times 3} + \frac{1}{4 \times 4} + \cdots + \frac{1}{n \times n} < A$$

( $n$ 是大于0的自然数。注意: 是对每个 $n$ 都成立)可以和你的朋友或家人分享这个问题, 看看谁找到的 $A$ 更小。

**问题 1.9** 请你根据上述问题, 提出新的问题, 比如:

(1) 请你找一个数  $A$ , 满足下面的式子成立(也就是说使得下面的不等式成立)

$$\frac{1}{1 \times 1 \times 1} + \frac{1}{2 \times 2 \times 2} + \frac{1}{3 \times 3 \times 3} + \frac{1}{4 \times 4 \times 4} + \cdots + \frac{1}{n \times n \times n} < A$$

( $n$ 是大于0的自然数。注意: 是对每个 $n$ 都成立)

(2) 下面的式子, 可以无限加下去吗? 是一个数吗? 能算出来吗?

$$\frac{1}{1 \times 1} + \frac{1}{2 \times 2} + \frac{1}{3 \times 3} + \frac{1}{4 \times 4} + \cdots + \frac{1}{n \times n} + \cdots$$

提的问题越多越好! 期待分享你的提问。

**问题 1.10** 根据上面的材料, 可以写一篇数学日记(小论文), 谈谈自己的看法或总结, 包括提出的问题(自己看看能否给出解答)等等。